



走近数学世界 培育数学素养

席南华

开卷知新

数学是一个极富魅力的世界。在人类认识自然、追求美好生活的过程中，数学发挥着重要作用。虽然不懂数学也能过得很快活，但具备一定的数学素养，能帮助我们更好地认识世界、理解世界、欣赏世界。

数学的内涵是什么

数学研究量与形，量与形是物质的基本属性，这决定了数学的价值和意义。经过几千年的发展，数学已经成为一个庞大的学科，通常分为基础数学(即纯数学)和应用数学两大部分。基础数学又大致可分为代数(含数论)、几何(含拓扑)、分析数学(以微积分为基础)等。

毫无疑问，数的起源是计数，也就是数物品。开始时，人们对数的观念与具体事物联系在一起，比如一棵树、一块石头、两个人、两条鱼等。逐渐地，人们发现一棵树、一块石头等具体事物共同的数字属性，数的抽象概念就这样形成了。

产生数的方式是无穷无尽的，量的比值是数，面积是数，体积是数，温度是数，时间是数……今天我们强烈感受到数字化的影响，其实数字化很久以前就有了，如门牌号、车牌号、车次等。数字化的本质是编码，赋予数字以含义。例如一幅照片的数字化就是把照片分成很多小方块，每一个小方块看作一点，用三个数字表示其红绿蓝的成分。所谓像素就是这样的小方块的个数，像素越高，表明数字化做得越精细。重要的是，数字可以运算，经过数字化后，照片也就可以通过数学的手段进行变化了。

数，有无穷的魅力、奥秘和神奇，始终吸引着最富智慧的数学家和业余爱好者。研究数的分支是数论，这一领域一直很活跃，近年来取得巨大进展，包括费马大定理的证明、孪生素数猜想的突破、朗兰兹纲领的进展等。素数是数论研究的一个永恒主题，其

神秘的结构和规律始终挑战着人类的智力。形是数学分支几何关注的对象。这个世界充满了各种各样的形，蓝天、白云、青山、流水、高楼、动物、植物有各自的形，它们都富有美感、令人愉悦。公元前300多年，希腊人欧几里得采用公理化体系，系统整理了古希腊人的数学成就，写成了《几何原本》。在以后2000多年的历史中，它都是一部标准的教科书。一直到19世纪，人们都相信这种几何准确描述了我们这个世界。但是，非欧几何的出现让人们知道几何原来可以有多种。这立即带来一个问题，哪一种几何能正确描述我们这个世界的空间呢？广义相对论说我们生活的空间是弯曲的，需要用黎曼几何描述，弦论则认为我们的时空是十维的。

现实空间远比欧几里得几何中的空间复杂。当把几何理解为一种结构，就摆脱了几何是现实空间的抽象这个限制，几何的内涵会变得异常丰富和辽阔。很多对象都出人意料地有非常好的几何结构，如一个空间所有过原点的直线全体的几何结构就是射影空间。

现实世界日新月异，充满变化。微积分就是研究变化的数学，基本概念有极限、微分和积分。微积分及其基础上发展起来的分析数学，成为认识和探索世界奥秘最有力的数学工具之一，为数学带来全面的大发展。

求解方程一直强有力地推动数学的发展。刚开始是多项式方程，在探究多项式方程的过程中，代数数论、代数、代数几何等分支产生了。微积分出现后，微分方程也就自然出现了。求解微分方程在数学中非常重要，因为大自然的很多奥秘是通过微分方程呈现的，著名的有描写流体运动的纳维-斯托克斯方程、描写电磁运动的麦克斯韦方程、广义相对论中的爱因斯坦场方程、量子力学中的薛定谔方程等。

应用数学和数学与其他学科的交叉

应用数学是数学的重要组成部分。在20世纪以前，虽然很多数学工作与实际应用密切相关，但应用数学这个名称用得很少，并没有形成特别有影响的独立分支。进入20世纪后，应用数学快速成长，出现了计算数学、运筹学、控制论、组合数学、博弈论、信息论、数理统计等多个应用数学分支。计算

机的出现进一步推动应用数学发展，还产生了很多交叉方向，如计算机数学、人工智能等。生物科学的迅速发展也涌现很多数学问题，现在有生物数学这一交叉分支，它关注的是用数学模型理解生物现象。物理一直是数学发展的强大推动力量。在20世纪，数学物理成为数学的一个重要分支，在过去几十年间非常活跃，成果显著。它主要关注规范场论、量子场论、弦论、统计物理等领域的数学问题。

我们现在非常强调交叉，原因在于不同学科其实是现实不同侧面的反映，只有结合起来，我们才能对现实有更全面的认知。就像“盲人摸象”，每个学科可能只摸到一个局部、一个侧面，把所有的部分合起来，才会形成完整的“象”。在不同分支、不同学科交叉的过程中，数学也在不断产生新的概念、方法、理论等。

如今人类社会正步入人工智能时代，数学在其中起到的作用更是基础性的。计算数学、优化、统计等数学分支发挥突出作用，数论、微分几何等更多数学分支也不可或缺。人工智能也促进了数学的发展并提出很多极具挑战性的数学问题，其中之一是人工智能的数学基础，如面向大数据的统计学基础、人工智能大模型的数学机理等。

培育和提升大众数学素养

在现代社会，数学素养已经成为公民的基本素养，世界各国都非常重视。数学有助于培养人的逻辑推理能力，因为数学的大厦是通过逻辑支撑的，逻辑把数学不同的内容组织在一起。当然，数学中的逻辑主要是演绎和归纳，是形式逻辑，现实的逻辑要复杂得多，仅有形式逻辑是不够的。

对学习数学而言，尤为重要是获得数学思维。掌握了数学的思维方式、知道怎么考虑问题等，比单纯获得数学知识要有价值得多。数学直觉是数学思维的重要组成部分。欧拉解决哥尼斯堡七桥问题的思维可以说是数学思维的典型例子。欧拉把陆地抽象成点，桥抽象成线段，从而揭示问题的数学本质，进而解决问题。

培养数学素养，最好还能了解数学的发展史，它能帮助我们深入认识数学。从数学史中我们可以了解到数学的发展历程一点都不枯燥，虽探索艰辛却充满了有趣的故事、生动的人物、引人入胜的例子。比如，数

学史是关于数与形的观念变化就很有意思，无理数、负数、虚数都经历了一个漫长曲折的接受过程。

理解数学符号体系的意义也很重要。恰当的符号体系价值巨大，数学发展史上经常出现记号与数学理论进展密不可分的情况。莱布尼茨在微积分中引入的记号就是一个典范。在16世纪以前，几乎没人考虑过在代数领域系统使用符号，致使代数发展缓慢；16世纪法国数学家韦达在这方面作出了突出贡献，此后代数思想才得以更有效地表达。

在数学的发展过程中，很多数学家的哲学观也产生了深远影响。毕达哥拉斯学派认为“万物皆数”“数统治着宇宙”，柏拉图学派认为“纯粹思想的最高形式是数学”，高斯说“数学是科学的皇后”，等等。这些观点对科学文化有巨大影响，很多杰出的科学家，甚至人文学者对数学都有一种敬畏。数学家研究数学时的心理活动和背后的出发点同样很有意思。比如，笛卡尔创立解析几何(即坐标几何)与他的批判精神是分不开的。他说：“我决心离开仅有抽象的几何，即仅为练习头脑设立问题的几何；这样做，是为了研究另一种几何，旨在自然现象的解释。”

好的科普作品对提高大众的数学素养非常重要。许多国家都重视数学科普，除了专门的科普工作者，还有很多杰出的学者也投身其中，推出形式多样的高质量科普作品，让大众觉得数学有趣、可亲，没那么神秘，可以为普通人所理解。这方面我们还有提升空间。

(作者为中国科学院院士、中国数学会理事长)

制图：沈亦伶

推荐读物：

《大哉数学之为用——华罗庚科普著作选集》：华罗庚著；上海教育出版社出版。

《认识数学》：席南华主编；科学出版社出版。

《悠扬的素数》：马库斯·杜·索托伊著，柏华元译；人民邮电出版社出版。

《什么是数学——对思想和方法的基本研究》：R·柯朗、H·罗宾著，I·斯图尔特修订，左平、张佑慈译；复旦大学出版社出版。

新书架

《同怀：鲁迅与中国共产党人》：阎晶明著；江苏凤凰文艺出版社出版。

作者以严谨考据和散文笔法，聚焦多位中国共产党人同鲁迅的交往，展示他们在精神上的相知与相通。

《运河2500年》：沈小玲著，宴乌绘；浙江人民美术出版社出版。

本书以优美深情的文字抚今追昔，从多个角度将运河2500年的成长史娓娓道来，展现文明传承的深厚积淀。

在生活的矿藏中提炼文学

刘虎

我出生并成长于地质大院，父母都是地质队员。

大概是天性喜欢读书的缘故，我在仍对世界充满好奇的少年时代，就靠着地质队的图书馆开始阅读，也发表了一些文学作品。当我决定学习地质专业时，我的文学启蒙老师说：“这样也好，地质队的生活可能更有利于你成为一名作家。”

后来，我正是凭借丰富的山野生活经验成长为一名作家。写一部关于地质队员生活的长篇小说，是我始终在琢磨的事。地质勘探对国家和社会的贡献有目共睹。不仅是黄金这类贵金属、铁、石油和煤这些我们日常生活离不开的矿产资源的开发，也无一不依赖于地质队员的工作。十几年前，我在参与原国土资源部主持的相关项目时，就对地质队员的工作和贡献有了详细了解 and 深刻体悟。这其中就包括山东省地矿局第六地质大队，他们凭借在金矿勘探理论和实践上的双突破，被国务院授予“功勋卓著无私奉献的英雄地质队”，是地矿系统首个获得国家科技进步奖特等奖的单位。

《金色日出》(明天出版社出版)这一选题，无疑圆了我为地质队员写一部长篇儿童文学的梦想。一想到这部作品可以让少年儿童了解中国地质工作，我便有了强烈的创作冲动。多年的人生经历已经

发酵成了有益养分，我觉得自己作为一名作家，有必要和孩子们分享我的体悟。为了完成这次写作任务，我前往威海和烟台，深入采访了山东省地矿局第六地质大队的老中青三代地质人。他们中有高级工程师，有普通技术人员，还有后勤保障人员。采访中，他们没有豪言壮语，只是朴素真诚地讲述工作生活中的点点滴滴，却让我对地质队同行有了扎扎实实的了解。小说中的很多细节就来源于他们的亲身经历。

好的儿童文学作品有助于儿童成长。我在写作中也力图通过父亲形象的塑造强化生命成长的主题。小说中几名地质队员有一个共同的身份——父亲。这些从事地质工作的父亲，为了集体利益和地质事业，在最美好的年华远离亲人，远离家庭。他们可能平凡，却对生活和未来充满希望而活力四射，他们在平凡的岗位上取得了不凡的成就，活出了鲜明的个性。这部作品通过探讨父子关系、母子关系、祖孙关系等，阐述家庭成员对家庭的理解，揭示人与人之间的宝贵情感，让少儿读者思索生而为人的责任与担当。

不同行业的人，从内而外自有其行业烙印。行业文学描写这些烙印时，应呈现其与行业之间丰富、深层次的关联，而不是简单

地贴标签。我的方法是直面生活，就像画家或雕塑家一样，对着生活的模样，一笔一画地塑造人物形象。写地质队员，就要让人知道地质队员如何工作，看到这个行业独有的工作细节，而不是让读者读完以后只得到一个千篇一律的情感故事。我在小说中设计了很多地质工作场景，以故事的形式让读者了解地质工作的程序、方法和内容，增强文本的科普性、趣味性。写作中，我把自己的观点隐藏在事实之中。以生活为舞台，删繁就简，还原存在于现实之中的人物，让读者通过角色的言行获得认知、判断和感悟，看到这样一群远离喧嚣的人如何生活、如何思考、如何工作。

作为一名写作者，应该不断尝试探索新的创作方法。我曾经练习过诸多技巧，做过不少文本实验。随着对文学的探索和理解更加深入，我愈加意识到，文学最重要的技巧就是直面生活，所有的归纳、总结、提炼都要依托生活来实现。我奉行这样的创作理念：要在生活的矿藏中提炼文学，而不是带着固有观念去装饰生活。

地质哺育了我的文学，是时候用文学反哺地质了。我个人的力量是微弱的，但我满怀对地质前辈的尊敬，满含着对那些和我在群山之中跋涉的伙伴的真挚祝福，写下此书。

作者广泛搜集权威资料，力图在史实准确的基础上，系统总结井冈山革命根据地经验，生动呈现我们党在革命年代的斗争智慧。

90多年前，以毛泽东、朱德为代表的中国共产党人，在井冈山创建了第一个农村革命根据地，开辟了农村包围城市、武装夺取政权的正确革命道路。井冈山因此被称为“中国革命的摇篮”。对这段历史，我们非常熟悉，但其中仍有很多宝贵经验值得开掘。《毛泽东井冈山时期的领导艺术》从领导艺术和工作方法的角度切入，着重于切合当下读者从历史中汲取智慧的需要，读来令人印象深刻。

井冈山道路是怎样探索出来的？在创建过程中，采取了哪些科学有效的工作方法，表现出了怎样的智慧？研究这些问题，是对历史宝藏的进一步挖掘，有利于提高我们的工作水平。具体而言，该书作为理论读物主要有三个特点。

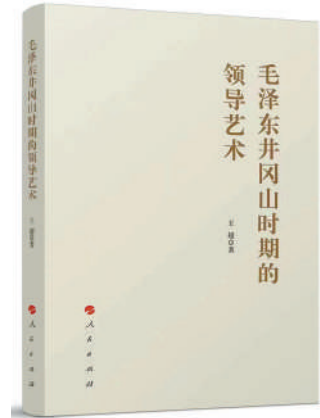
一是坚持问题导向。要总结工作方法上的经验，就要先拎出问题是什么。作者首先系统分析了毛泽东同志当年在井冈山面临的困难和问题：工农革命军上了山，吃饭问题如何解决？伤病员如何安置？临时凑起来的七八支队伍如何拢起来、统起来，形成一个团结的整体？如何取得当地百姓的信任和支持？怎样建立坚实的根据地？这是生存问题。面对敌人“进剿”“会剿”怎么办？如何打败敌人的进攻？这是建设问题。工农革命军的最终目标不是当“山大王”，而是要解放全中国，如何立足井冈山、走向全国？这是发展问题。在当时的环境下，这些困难显然是刻不容缓、必须解决的；如不解决，工农革命军就难以在井冈山立足。

二是聚焦领导艺术和工作方法。针对困难和问题，采取了哪些应对措施？展现出哪些智慧和艺术？对此，作者从“上井冈山”“建井冈山”“守井冈山”“下井冈山”4个方面进行了深入分析。在建设根据地之前，需要充分调研、综合考虑，选择合适地点，同时抓住主要矛盾，确立团结改造政策。在建设巩固根据地过程中，则要充分调动各方面的积极性、主动性，使工农革命军得到人民群众的衷心拥护和大力支持，面对敌人的“进剿”“会剿”，迅速扩大武装力量，采取“十六字诀”等一整套游击战术。同时深谋远虑，以解放全中国为目标，制定《井冈山土地法》，探索怎样进行土地革命，确定开辟新的根据地……作者广泛搜集权威资料，力图在史实准确的基础上，系统总结井冈山革命根据地经验，生动呈现我们党在革命年代的斗争智慧。

三是突出实践性、实用性。从历史中汲取智慧，重在当代转化。对于本书来说，最关键的是要将解决问题的办法，提炼为具有现实意义的方法论。作者的学术背景是党建专业和管理学专业，曾在多个岗位从事党务工作近40年，具有理论功底，也有实践经验。他结合干部职工的工作实际，从井冈山革命根据地创建的成功经验中梳理挖掘出一系列有效方法，并将这些方法以哲学方法论形式表达出来，力图给读者以启发。比如，保持清醒的头脑、充分调动各方积极性、深入调查研究、勇于创新等。这些方法是当年革命取得胜利的法宝，也可以成为我们今天工作的有益参考。

学习回顾历史是为了启迪现在。本书从领导艺术、工作方法的维度总结历史经验，在“接地气”“管用实用”方面下功夫。百年党史蕴藏的无穷智慧和力量，正呼唤着新的开掘与阐释。

(作者为中共党史学会副会长)



《毛泽东井冈山时期的领导艺术》：王超著；人民出版社出版。

